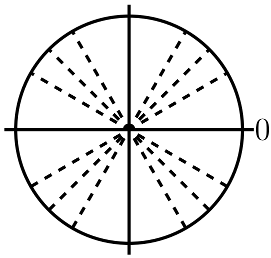
Remarque : Ce sujet est quasiment deux fois trop long pour être proposé en devoir. En revanche, le niveau de difficulté de chaque exercice est similaire à ce que je peux vous demander.

Exercice 1. *Les questions sont indépendantes.*

1. Placer les angles $-\frac{7\pi}{6}$ et $\frac{17\pi}{4}$ sur le cercle trigonométrique ci-dessous (sur lequel ont été placées les lignes des angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et de leurs multiples). Donner la valeur exacte du sinus et du cosinus de ces deux angles.



2. Convertir en degrés la mesure d'angle $\frac{5\pi}{18}$.

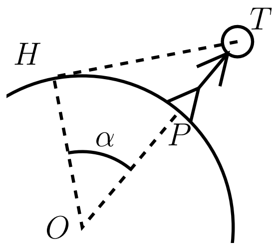
Exercice 2. On admet que $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$, et on souhaite calculer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$.

1. Montrer que $\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$ (on notera que $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$).
2. Justifier que $\sin\frac{\pi}{12} \geqslant 0$.
3. En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$ (ne pas simplifier l'expression obtenue).

Exercice 3. Une personne se tient au bord de la mer (à une altitude de 0 m), et regarde l'horizon. Le but de l'exercice est de déterminer à quelle distance se situe l'horizon.

La situation est modélisée par la figure ci-dessous (qui n'est évidemment pas à l'échelle), où : O est le centre de la Terre (considérée ici comme une sphère de rayon 6 371 km) ; $\mathcal{C}$ est le cercle représentant la Terre ; H est l'horizon, vu par la personne ; Y est les yeux de la personne (situés à deux mètres du sol) ; P est ses pieds (au niveau du sol) ; α la mesure de l'angle formé entre la personne et l'horizon.

La distance de l'horizon est donc la longueur de l'arc $\overset{\frown}{HP}$.



Dans cet exercice, toutes les longueurs considérées sont en kilomètres, et seront arrondies à l'unité.

1. Calculer le périmètre de la Terre (c'est-à-dire le périmètre du cercle $\mathcal{C}$).
2. On admet que la droite (TH) est tangente au cercle. Justifier alors que l'angle $\widehat{OHT}$ est droit.

Le triangle OHT est donc un triangle rectangle, de côtés $OH = 6371$ et $OT = 6371,002$.

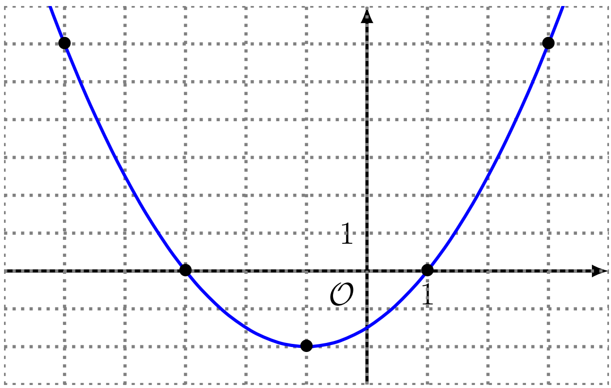
3. Montrer que, arrondi au millionnième de radians, l'angle α mesure $0,000792$.
4. On admet que la longueur de l'arc d'un cercle est proportionnelle à l'angle intercepté par cet arc. Compléter le tableau de proportionnalité suivant pour calculer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{HP}$, et en déduire la distance de l'horizon.

Angle	2π	0,000792
Longeur de l'arc	40030	...

Exercice 4. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto |-2x+1|$. Le but de l'exercice est de tracer son tableau de variations.

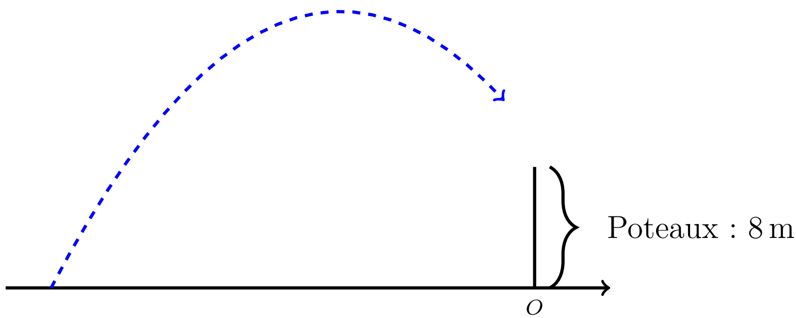
1. Dresser le tableau de signes de la fonction affine $x \mapsto -2x+1$.
2. Justifier que pour $x \in]-\infty; 1/2]$, $|-2x+1| = -2x+1$. En déduire les variations de f sur ce même intervalle.
3. Justifier que pour $x \in [1/2; +\infty[$, $|-2x+1| = 2x-1$. En déduire les variations de f sur ce même intervalle.
4. Conclure en traçant le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5. On considère la parabole suivante. Les cinq points marqués sur la figure (comme par exemple celui en $(-5; 6)$ correspondent à des points de la courbe à coordonnées entières).



Déterminer une expression du polynôme de cette courbe. On pourra donner la réponse, ou choix, sous la forme factorisée, développée ou canonique. Toute trace de recherche, même non aboutie, sera valorisée.

Exercice 6. Une joueuse de rugby vient de marquer un essai, qu'elle essaie de transformer. Pour cela, elle doit envoyer le ballon au dessus des poteaux, hauts de huit mètres, situés à 34 mètres d'elle.
La trajectoire du ballon est modélisée par une parabole d'équation $f : x \mapsto -0,05x - 1,2875 + 10$ (dont la forme factorisée est $f : x \mapsto -0,05\,(x+32)\,(x-6,25)$), dans un repère, d'unité 1 mètre, dont l'origine est la base des poteaux, dont l'axe des abscisses passe par la joueuse, et dont l'axe des ordonnées est vertical.
La situation est représentée sur le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle).



1. À quelle hauteur est le ballon lorsqu'il passe au niveau des poteaux (à l'origine) ? L'essai est-il transformé ?
2. Quelle est la plus haute altitude atteinte par le ballon ?
3. À quelle distance du poteau le ballon atterrit-il ?