Exemple 2 : ❤️

On se place dans un repère orthonormé. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $A(2;-4)$ *et de vecteur normal* $\overrightarrow{n}\binom{3}{-1}$*.*

Soit $M(x;y)$ un point du plan. Ce point est sur la droite si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{n}$ sont orthogonaux. Or, puisque $\overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y-(-4)} = \binom{x-2}{y+4}$, le point est sur la droite si et seulement si :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n} &= 0\\ (x-2)\times 3+(y+4)\times(-1) &= 0\\ 3x-6-y-4 &= 0\\ 3x-y-10 &= 0\end{aligned}$$

Donc une équation cartésienne de la droite est $\boxed{3x-y-10=0}$.

Exemple 3

On considère la droite d_1*, d'équation cartésienne* $2x+3y-4=0$*, et la droite* d_2 *de vecteur normal* $\overrightarrow{n}\binom{2}{3}$*. Sont-elles parallèles ? Sont-elles perpendiculaires ?*

Méthode 1 : Un vecteur directeur de d_1 est $\overrightarrow{u}\binom{-3}{2}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{n}$ sont-ils colinéaires ? orthogonaux ?

Colinéarité : $-3\times 3-2\times 2=-13\neq 0$ donc le vecteur directeur de d_1 n'est pas colinéaire au vecteur normal de d_2 : les droites ne sont pas perpendiculaires.

Orthogonalité : $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n}=2\times(-3)+3\times 2=0$, donc le vecteur directeur de d_1 est orthonogal au vecteur normal de d_2 : les droites sont parallèles.

Méthode 2 : Un vecteur normal de d_1 est $\overrightarrow{m}\binom{2}{3}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{m}$ sont-ils colinéaires ? orthogonaux ?

Colinéarité : $2\times 3-2\times 3=0$ donc le vecteur normal de d_1 est colinéaire au vecteur normal de d_2 : les droites sont parallèles.

Orthogonalité : Puisque les deux vecteurs, non nuls, sont colinéaires, ils ne sont pas orthogonaux : les droites ne sont pas perpendiculaires.