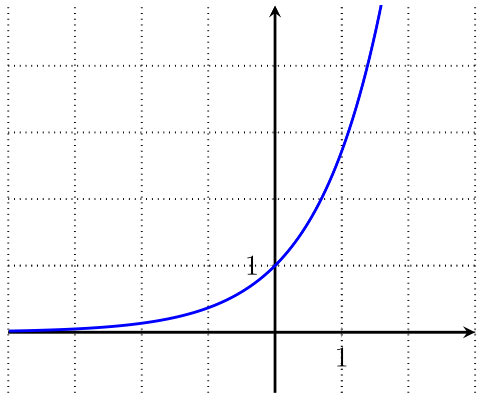
Définition et Propriété. On appelle *fonction exponentielle* l'unique fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(x) = f'(x)$ et $f(0) = 1$.

Propriété (Signe et Variations)**.**

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
e^x	

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$x \mapsto e^x$	



Exemple 1. Comparer, sans les calculer, les nombre suivants.

(a) Comparer : e^3 et e^π.

(b) Résoudre : $e^x = -2$.

Propriété. Pour tous nombres a et b :
- $e^a = e^b$ si et seulement si $a = b$;
- $e^a < e^b$ si et seulement si $a < b$ (de même avec : $>$, $\leqslant$, $\geqslant$).

Exemple 2. Résoudre :

(a) $e^{2x+1} = \frac{1}{e^x}$

(b) $e^x = 1$

(c) $e^3 \times e^{2x} - e^7 \geqslant 0$

(d) $x^2 + e^{1-x^3} \geqslant -2$

Propriété. Soient a et b deux nombres, et f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Alors la dérivée de la fonction $x \mapsto f(ax+b)$ est :

$$af'(ax+b)$$

Exemple 3. Dériver les fonctions définies par :
1. $f(x) = \sqrt{-2x+1}$ sur $]-\infty; 0,5]$
2. $g(x) = 4(2-3x)^3$ sur $\mathbb{R}$

Conséquence. Pour tous nombres réels $a \neq 0$ et b, la fonction $f : x \mapsto e^{ax+b}$ est dérivable, et sa dérivée est : $f' : x \mapsto ae^{ax+b}$.

Exemple 4. Dresser le tableau de variations des fonctions

(a) $f : x \mapsto xe^{2x}$.

(b) $g : x \mapsto e^{3x+1} - 3x$.