

## 5 Suites géométriques

Dans votre cours recopiez la propriété et l'exemple suivant (ne pas recopier la démonstration).

Puisque l'on peut écrire  $e^{an}$  sous la forme  $(e^a)^n$ , on a la propriété suivante.

**Propriété.** Pour tout nombre réel  $a$ , la suite  $(e^{an})$  est une suite géométrique de raison  $e^a$ .

**Démonstration.** Soit  $v$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $v_n = e^{an}$ . Alors pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= e^{a(n+1)} \\ &= e^{an+a} \\ &= e^{an} \times e^a \\ &= v_n \times e^a\end{aligned}$$

Donc chaque terme de la suite (sauf le premier) est obtenu en multipliant le terme précédent par le même nombre  $e^a$  : la suite est géométrique de raison  $e^a$ .

□

### Exemple.

1. Quel est la raison et le premier terme des suites géométriques définies par les expressions suivantes ?
  - (a)  $u_n = e^{2n}$
  - (b)  $v_n = 2e^{-5n}$
2. Donner le terme général d'une suite géométrique de raison  $e^6$  et de premier terme  $-3$ .

1. Dans chaque cas, on va essayer de mettre l'expression sous la forme  $v_0 \times q^n$  (où  $v_0$  est le premier terme, et  $q$  la raison).
  - (a)  $e^{2n} = 1 \times (e^2)^n$ , donc la raison est  $e^2$ , et le premier terme 1.
  - (b)  $2e^{-5n} = 2(e^{-5})^n$ , donc la raison est  $e^{-5}$ , et le premier terme 2.
2. Le terme général d'une telle suite est  $-3(e^6)^n = -3e^{6n}$ .



La vidéo suivante présente des exemples similaires.  
<https://youtu.be/hKh-ry9AA00>

**Exercice 1** (Suite géométrique). Déterminer le premier terme et la raison des suites géométriques définies sur  $\mathbb{N}$  par les expressions suivantes.

1.  $u_n = -3e^{\frac{n}{2}}$ .
2.  $v_n = 4e^{2n-1}$  (commencer par montrer que  $4e^{2n-1}$  peut s'écrire sous la forme  $\frac{4}{e}(e^2)^n$ ).

Les exercices suivants sont *difficiles*. Ne paniquez pas si vous n'y arrivez pas !

**Exercice** (Fonction exponentielle).

- Un des deux exercices 93 et 99 au choix (l'exercice 99 est un peu plus difficile).
- Exercice 101 (voir l'aide ci-dessous).

— Exercice 104.

### Exercice 101.

- Cet exercice demande d'écrire et d'exécuter un programme en Python. Plusieurs solutions :
  - certaines de vos calculatrices permettent cela (pas la Casio Graph35+E) ;
  - vous pouvez installer **Thonny** (le même logiciel que celui utilisé au lycée) : il est libre est gratuit, et fonctionne sur la plupart des systèmes d'exploitation (GNU/Linux, Windows, MacOS...) : <https://thonny.org/> ;
  - votre manuel propose une console Python en ligne : <https://www.lelivrescolaire.fr/console-python> (compatible avec n'importe quel navigateur web).
- Voici une solution pour la question 2. Essayez de la trouver seuls avant de regarder la solution.

```
def A(n):  
    return (1+1/n)**n  
  
print(A(100))
```

## Bilan

Faire l'exercice du fichier 1-10FonctionExponentielle-Bilan4.pdf (qui n'existe pas encore au moment où j'écris ces lignes). Me rendre le travail par l'ENT ou par courriel.