

Dans ce chapitre, nous allons étudier la *fonction exponentielle*. C'est une fonction très utile en mathématiques, que vous utilisez déjà sans le savoir (quand vous parlez ou entendez parler de « croissante exponentielle »), et que vous utiliserez sans doute si vous faites des mathématiques après le bac, que ce soit en math ou en physique, mais aussi en biologie, en économie, en informatique...

- *Tous les exercices sont ceux du chapitre 6 du manuel, à partir de la page 156.*
- *Toutes les vidéos sont celles d'Yves Monka. Merci à lui.*

Dans votre cours, commencez un nouveau chapitre : « Chapitre 10 — Fonction exponentielle »

1 Définition et Premières propriétés

Recopiez dans votre cours :

- *le nom de la partie : « 1 — Définition et Premières propriétés » ;*
- *le premier théorème de la page 160 : « Il existe une unique fonction... » ;*
- *la définition de la page 160 : « La fonction exponentielle... » ;*
- *« l'application et méthode » de la page 160, comme exemple ;*
- *la propriété et l'exemple suivants.*

Propriété (Règles de calcul). Pour tous nombres x, y réels, et n entier relatif, on a :

- (i) $\exp(x) > 0$ (iv) $\exp(x) \times \exp(-x) = 1$
(ii) $\exp(x) \times \exp(y) = \exp(x+y)$ (v) $\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}$
(iii) $(\exp(x))^n = \exp(n \times x)$ (vi) $\exp(x - y) = \frac{\exp(x)}{\exp(y)}$

Exemple. Écrire les expressions suivantes sous la forme $\exp(x)$.

$$A = \exp(4) \times \exp(7);$$

$$D = (\exp(2, 2))^5;$$

$$B = 1;$$

$$E = \exp(-2) \times \exp(2);$$

$$C = \frac{1}{\exp 8};$$

$$F = (\exp(2))^3 + \frac{\exp(8)}{\exp 2}.$$

$$A = \exp(4) \times \exp(7) = \exp(4 + 7) = \exp(11)$$

$$B = 1 = \exp(0) \text{ (d'après la définition de l'exponentielle)}$$

$$C = \frac{1}{\exp 8} = \exp(-8)$$

$$D = (\exp(2, 2))^5 = \exp(2, 2 \times 5) = \exp(11)$$

$$E = \exp(-2) \times \exp(2)$$

— Première méthode : $\exp(-2) \times \exp(2) = \exp(-2 + 2) = \exp(0)$

— Deuxième méthode : $\exp(-2) \times \exp(2) = 1 = \exp(0)$ (en appliquant la propriété (iv) des règles de calcul).

$$F = (\exp(2))^3 \times \frac{\exp(8)}{\exp 2} = \exp(2 \times 3) \times \exp(8 - 2) = \exp(6) \times \exp(6) = \exp(6 + 6) = \exp(12)$$

Exercice. Exercices 23 et 24 p. 171.

2 Constante e

On remarque que les règles de calcul sont les mêmes que celles des puissances. On introduit alors la constante e , qui est aussi importante en mathématiques que la constante π que vous connaissez déjà.

Recopiez dans votre cours :

- le titre de cette partie : « 2 — Constante e » ;
- la définition, les deux propriétés et l'exemple qui suivent.

Définition. On note e l'image de 1 par la fonction exponentielle :

$$e = \exp(1)$$

Pour information, $e \approx 2,71828$.

Propriété. Pour tout nombre x réel, on a : $\exp(x) = e^x$.

Nous pouvons maintenant ré-écrire les mêmes règles de calcul vues précédemment, en utilisant cette nouvelle notation.

Propriété (Règles de calcul). Pour tous nombres x, y réels, et n entier relatif, on a :

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| (i) $e^x > 0$ | (iv) $e^x \times e^{-x} = 1$ |
| (ii) $e^x \times e^y = e^{x+y}$ | (v) $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ |
| (iii) $(e^x)^n = e^{n \times x}$ | (vi) $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$ |

Exemple. *Recopiez (et comprenez) « l'application et méthode » de la page 162, avec la solution.*



Ces règles de calcul (et leur application dans l'exemple) sont appliquées dans la vidéo ci-contre :

http://youtu.be/qDFjeFyA_0Y

Exercice (Règles de calcul).

- Exercices 7, 8, 25, 27, 29 (remarque pour l'exercice 8 : n'essayez pas de *résoudre* l'équation : essayez chacune des solutions proposées pour voir si elle convient).
- (Optionnel) Exercice 28.

Exercice (Fonction exponentielle).

- Exercices 42, 45, 46.
- (Optionnel, conseillé pour les élèves continuant les math en terminale) Exercice B (p. 158).

Bilan

Faire l'exercice du fichier `1-10FonctionExponentielle-Bilan1.pdf` (qui n'existe pas encore au moment où j'écris ces lignes). Me rendre le travail par l'ENT ou par courriel.