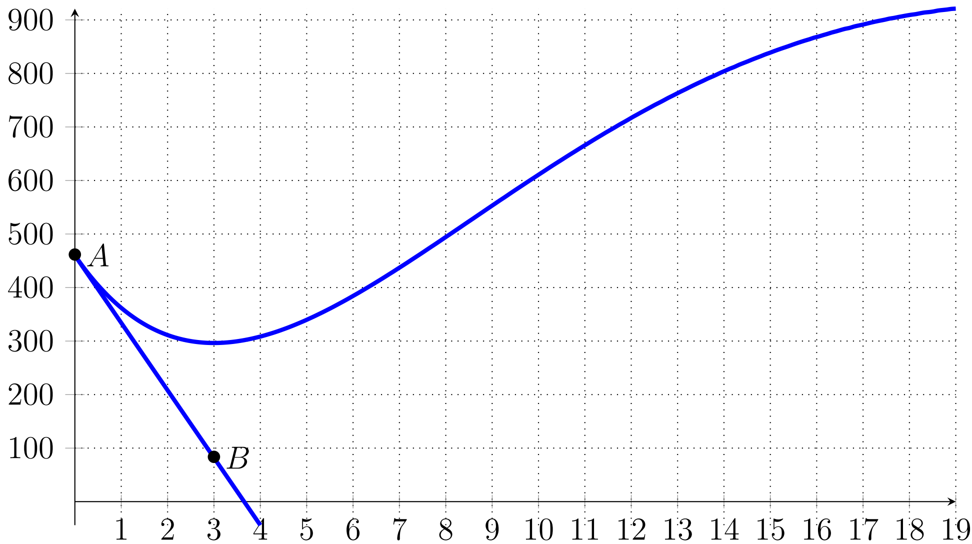
Exercice 1 (D'après l'exercice 4 du sujet de baccalauréat ES, Amérique du Sud, 13 novembre 2019)**.**

Partie A

La courbe ($\mathcal{C}$) ci-dessous, associée à une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,19]$, représente l'audience journalière d'une chaîne de télévision entre le 1$^{\text{er}}$ janvier 2000 (année numéro 0) et le 1$^{\text{er}}$ janvier 2019 (année numéro 19), c'est-à-dire le nombre quotidien de téléspectateurs, en milliers.



Ainsi, le 1$^{\text{er}}$ janvier 2000 la chaîne a été regardée par environ 460 000 téléspectateurs.

1. Décrire l'évolution de l'audience journalière de cette chaîne de télévision entre le 1$^{\text{er}}$ janvier 2000 et le 1$^{\text{er}}$ janvier 2019.

2. Donner une valeur approchée du nombre de téléspectateurs le 1er janvier 2014.
3. La droite (AB), où les points A et B ont pour coordonnées A $(0\,;460)$ et B $(3\,;\ 82)$, est la tangente à la courbe $(\mathcal{C})$ au point A.
   Déterminer la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f représentée par $(\mathcal{C})$?

Partie B
On cherche maintenant à prévoir l'évolution de l'audience de cette chaîne de télévision lors des dix prochaines années.
On considère que le nombre journalier (exprimé en milliers) de téléspectateurs de la chaîne est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,29]$ par :

$$f(x) = (20x^2 - 80x + 460)e^{-0,1x}$$

où x représente le nombre d'années depuis 2000 (par exemple $x = 19$ pour l'année 2019).

1. Donner une valeur approchée au millier du nombre de téléspectateurs de la chaîne le 1er janvier 2014.
2. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,29]$.
   (a) Démontrer que f' est définie par :
   $$f'(x) = (-2x^2 + 48x - 126)e^{-0,1x}.$$
   (b) On considère l'équation : $-2x^2 + 48x - 126 = 0$.
   Un logiciel de calcul formel donne :

Instruction :	**Résultat :**
`Solve(−2x² + 48x − 126 = 0)`	`3 et 21`

Retrouver ce résultat par le calcul.

(c) En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;29]$ et construire le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0\,;29]$. Arrondir les éléments du tableau à l'unité.

(d) Le nombre journalier de téléspectateurs de cette chaîne de télévision dépassera-t-il la barre du million avant l'année 2029 ? Justifier.

3. *Vous ne connaissez pas le théorème nécessaire pour répondre rigoureusement à cette question. Vous pouvez donc répondre sans justifier, ou par lecture graphique.* Montrer que l'équation $f(x) = 800$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[3\,;21]$. Déterminer un encadrement d'amplitude 1 de α.

   Au cours de quelle année le nombre journalier de téléspectateurs de la chaîne de télévision dépassera-t-il 800 000 ?

4. *Vous verrez les primitives l'an prochain. Ignorez cette question.* On admet que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;29]$ par :

$$F(x) = (-200x^2 - 3\,200x - 36\,600)e^{-0,1x}$$

   est une primitive de la fonction f.

   Déterminer à mille près l'audience journalière moyenne de téléspectateurs de la chaîne de télévision entre le 1er janvier 2018 et le 1er janvier 2019.