**Exercice 1** (Inéquation)**.** On souhaite résoudre l'inéquation $e^{2x} + e^x - 2 \leqslant 0$.

1. (a) Dresser le tableau de signes du polynôme $X^2 + X - 2$.

   (b) En déduire que $X^2 + X - 2 \leqslant 0$ pour $-2 \leqslant X \leqslant 1$.
2. Déduire de la question précédente que $e^{2x}+e^x-2 \leqslant 0$ si et seulement si $-2 \leqslant e^x \leqslant 1$.
3. Résoudre $-2 \leqslant e^x$ et $e^x \leqslant 1$, et en déduire les solutions de l'inéquation de départ.

**Exercice 2** (Étude de fonction)**.** L'objet de l'exercice est de tracer le tableau de variations de la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a :
$$f'(x) = \frac{(x-1)\,e^x}{x^2}$$
2. Dans un même tableau, donner le tableau de signes des trois fonctions définies par $g_1(x) = x-1$, $g_2(x) = e^x$, $g_3(x) = x^2$, et en déduire que le signe de la dérivée $f'$ est :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | ‖ | - | 0 | + | |

3. En déduire les variations de la fonction $f$.
4. Quel est le minimum de $f$ sur $\mathbb{R}^{+*}$ ?