

Dérivée d'une composée de fonction

Propriété (Rappel du cours). Soit I un intervalle. Étant donnée une fonction g dérivable sur J , et une fonction affine $x \mapsto ax + b$, telle que pour tout $x \in I$, $ax + b \in J$. On considère alors la fonction f définie sur I par $f(x) = g(ax + b)$. Alors :

$$f'(x) = a \times g'(ax + b)$$

Exemple. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \sqrt{8x + 2}$. Calculer l'expression de la dérivée de f .

En notant $g(x) = \sqrt{x}$ (et en se rappelant donc que $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$), on remarque que $f(x) = g(8x + 2)$. Donc :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 8 \times g'(8x + 2) \\ &= 8 \times \frac{1}{2\sqrt{8x + 2}} \\ &= \frac{8}{2\sqrt{8x + 2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{8x + 2}} \end{aligned}$$