


Tous les exercices sont ceux du chapitre 6 du manuel, à partir de la page 156.

Exercice 34.


1. $f'(x) = 3e^{3x}$

Puisque l'exponentielle est toujours positive, alors $f'(x) = 3e^{3x}$ est aussi strictement positive, et f est strictement croissante.

X	$-\infty$	$+\infty$
f'	+	
f		


2. $f'(x) = -2e^{-2x}$

Puisque l'exponentielle est toujours positive, alors $f'(x) = -2e^{-2x}$ est strictement négative, et f est strictement décroissante.

X	$-\infty$	$+\infty$
f'	-	
f		


3. $f'(x) = -e^{-x+4}$

Puisque l'exponentielle est toujours positive, alors $f'(x) = -e^{-x+4}$ est strictement négative, et f est strictement décroissante.

X	$-\infty$	$+\infty$
f'	-	
f		

4. $f'(x) = 5 \times 1e^{x+6} = 5e^{x+6}$

Puisque l'exponentielle est toujours positive, alors $f'(x) = 5e^{x+6}$ est aussi strictement positive, et f est strictement croissante.

X	$-\infty$	$+\infty$
f'	+	
f		

Exercice 66. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 69.

1. $f(x) = 5e^x - x^2$

D'une part, la dérivée de $x \mapsto 5e^x$ est $x \mapsto 5e^x$.

D'autre part, la dérivée de $x \mapsto x^2$ est $x \mapsto 2x$.

Donc la dérivée de f est :

$$f'(x) = 5e^x - 2x$$

2. $f(x) = xe^x$

On sait que pour deux fonctions u et v , on a : $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$. Appliquons cela à la fonction f , avec $u(x) = x$ et $v(x) = e^x$. On a donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = e^x$ (car la dérivée de la fonction exponentielle est elle-même). Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times e^x + x \times e^x \\ &= (1 + x)e^x \end{aligned}$$

3. $f(x) = 2e^{-t} + 6t^3 - 3e^5$

C'est une somme de trois fonctions. Nous dérivons donc les trois fonctions séparément, et nous calculons la somme ensuite. Remarquons que la dernière fonction $x \mapsto 3e^5$ est une constante, donc sa dérivée est nulle.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \times -e^{-t} + 6 \times 3t^2 - 0 \\ &= -2e^{-t} + 18t^2 \end{aligned}$$

4. $f(x) = e^{-3} \times e^{2t} + e^{-4t}$

Nous avons une somme de deux fonctions : nous dérivons séparément chacune des deux fonctions, puis

nous additionnerons les dérivées ensuite. Pour la première dérivée, remarquons que e^{-3} est un nombre (et non pas une fonction).

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^{-3} \times 2 \times e^{2t} + (-4)e^{-4t} \\ &= 2e^{-3} \times e^{2t} - 4e^{-4t} \end{aligned}$$

5. $f(x) = -8te^{-3t+1}$

Cette fonction est le produit de deux fonctions définies par $u(x) = -8t$ et $v(x) = e^{-3t+1}$. On a donc $u'(x) = -8$, $v'(x) = -3e^{-3t+1}$, et :

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x) \\ &= -8e^{-3t+1} + (-8t) \times (-3)e^{-3t+1} \\ &= -8e^{-3t+1} + 24t \times e^{-3t+1} \\ &= (-8 + 24t)e^{-3t+1} \end{aligned}$$

Exercice 85. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 87. La méthode la plus simple ici me paraît être de comparer les images d'un nombre arbitraire (par exemple 1) par chacune des fonctions. On a donc :

$$\begin{aligned} f(1) &= e^{-2 \times 1} \approx 0,1 \\ g(1) &= e^1 \approx 2,7 \\ h(1) &= e^{2 \times 1} \approx 7,4 \\ p(1) &= e^{-1} \approx 0,4 \\ q(1) &= e^{\frac{1}{2} \times 1} \approx 1,6 \end{aligned}$$

On a donc :

$$f(1) < p(1) < q(1) < g(1) < h(1)$$

Donc en regardant la position relative des courbes à l'abscisse 1 (quelle courbe est au dessus de quelle autre), on observe que les courbes sont, de bas en haut : C_4 , C_5 , C_1 , C_2 , C_3 .

Nous pouvons donc associer chaque fonction à sa courbe :

Fonction	Courbe
f	C_4
g	C_2
h	C_3
p	C_5
q	C_1