

Exercice 1 (Inéquation). On souhaite résoudre l'inéquation $e^{2x} + e^x - 2 \leq 0$.

1. (a) Dresser le tableau de signes du polynôme $X^2 + X - 2$.
 (b) En déduire que $X^2 + X - 2 \leq 0$ pour $-2 \leq X \leq 1$.
2. Déduire de la question précédente que $e^{2x} + e^x - 2 \leq 0$ si et seulement si $-2 \leq e^x \leq 1$.
3. Résoudre $-2 \leq e^x$ et $e^x \leq 1$, et en déduire les solutions de l'inéquation de départ.

Exercice 2 (Étude de fonction). L'objet de l'exercice est de tracer le tableau de variations de la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a :

$$f'(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$$

2. Dans un même tableau, donner le tableau de signes des trois fonctions définies par $g_1(x) = x-1$, $g_2(x) = e^x$, $g_3(x) = x^2$, et en déduire que le signe de la dérivée f' est :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+

3. En déduire les variations de la fonction f .
4. Quel est le minimum de f sur \mathbb{R}^{+*} ?