

Exemple 2 : ♥

On se place dans un repère orthonormé. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $A(2; -4)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Soit $M(x; y)$ un point du plan. Ce point est sur la droite si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AM} et \vec{n} sont orthogonaux. Or, puisque $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2 \\ y+4 \end{pmatrix}$, le point est sur la droite si et seulement si :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} &= 0 \\ (x-2) \times 3 + (y+4) \times (-1) &= 0 \\ 3x - 6 - y - 4 &= 0 \\ 3x - y - 10 &= 0\end{aligned}$$

Donc une équation cartésienne de la droite est $\boxed{3x - y - 10 = 0}$.

Exemple 3

On considère la droite d_1 , d'équation cartésienne $2x + 3y - 4 = 0$, et la droite d_2 de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Sont-elles parallèles ? Sont-elles perpendiculaires ?

Méthode 1 : Un vecteur directeur de d_1 est $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Les vecteurs \vec{u} et \vec{n} sont-ils colinéaires ? orthogonaux ?

Colinéarité : $-3 \times 3 - 2 \times 2 = -13 \neq 0$ donc le vecteur directeur de d_1 n'est pas colinéaire au vecteur normal de d_2 : les droites ne sont pas perpendiculaires.

Orthogonalité : $\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \times (-3) + 3 \times 2 = 0$, donc le vecteur directeur de d_1 est orthogonal au vecteur normal de d_2 : les droites sont parallèles.

Méthode 2 : Un vecteur normal de d_1 est $\vec{m} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Les vecteurs \vec{n} et \vec{m} sont-ils colinéaires ? orthogonaux ?

Colinéarité : $2 \times 3 - 2 \times 3 = 0$ donc le vecteur normal de d_1 est colinéaire au vecteur normal de d_2 : les droites sont parallèles.

Orthogonalité : Puisque les deux vecteurs, non nuls, sont colinéaires, ils ne sont pas orthogonaux : les droites ne sont pas perpendiculaires.