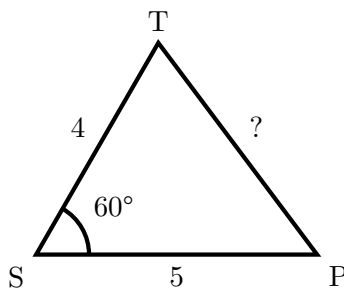


Exercice 1 (Inspiré du sujet d'EC n° 21). Dans le plan muni d'un repère ortho-normé $(O; I; J)$, on considère les points $A(-1; 2)$, $B(5; 10)$ et $C(3; 5)$. Le but de l'exercice est de calculer l'aire du triangle ABC .

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. (a) Soit D le pied de la hauteur du triangle ABC issue de C . Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
 (b) En déduire que $AD = 4,8$.
3. Montrer que $CD = 1,4$.
4. En déduire l'aire du triangle ABC .

Exercice 2 (Théorème d'Al Kashi). Pour installer un câble entre une tour T et un pylône P , on aimerait connaître la distance qui les sépare. Malheureusement, le terrain accidenté entre eux rend une mesure directe difficile.

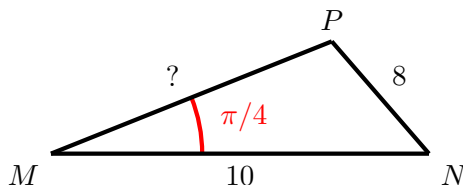
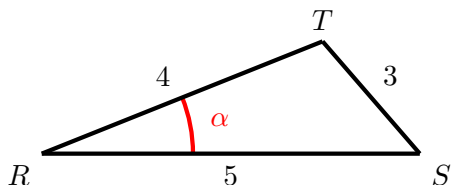
En revanche, on a pu mesurer la distance de ces deux objets par rapport à un sapin S situé un peu plus loin, ainsi que l'angle formé par ces trois objets. Ces mesures sont schématisées dans le graphique suivant (qui n'est pas à l'échelle). Toutes les longueurs sont données en hectomètres.



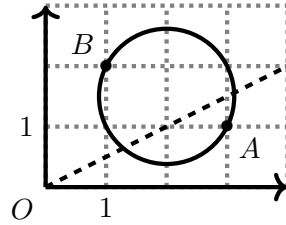
Calculer une approximation de la longueur TP au mètre près.

Exercice 3 (Théorème d'Al Kashi). *Les figures ne sont pas à l'échelle. Les deux questions sont indépendantes.*

1. Déterminer une mesure de l'angle α .
2. Déterminer la longueur MP .



Exercice 4 (Problème : Lieu géométrique). Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(3;1)$ et $B(1;2)$, le cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$, et la droite \mathcal{D} , d'équation $y = x/2$.



L'objet de l'exercice est de déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C} et \mathcal{D} . Soit $M(x; y)$ un de ces points d'intersection.

1. Montrer que ni A , ni B n'est sur la droite \mathcal{D} .

Ainsi, A, B et M sont trois points distincts : l'angle \widehat{AMB} est bien défini, et les vecteurs \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{BM} sont non nuls.

2. Étude du cercle \mathcal{C} .

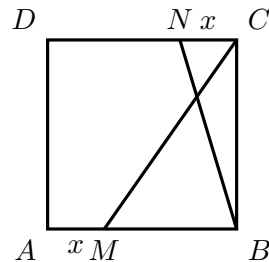
(a) *Hors programme* Justifier que l'angle \widehat{AMB} est droit.

(b) En utilisant le produit scalaire $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$, montrer que :

$$(x - 3)(x - 1) + (y - 1)(y - 2) = 0$$

3. En utilisant cette équation et celle de la droite \mathcal{D} , déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C} et de \mathcal{D} .

Exercice 5 (Perpendicularité). On considère le carré $ABCD$ de côté 1, et x un nombre compris entre 0 et 1. On place le point M sur le segment $[AB]$, tel que $AM = x$, et N sur le segment $[CD]$, tel que $CN = x$. La situation est illustrée sur la figure suivante.



On se pose la question : Pour quelles valeurs de x les droites (BN) et (CM) sont-elles perpendiculaires ?

On se place dans le repère $(A; B; D)$.

1. Sans justifier, donner les coordonnées de B, C, N, M .

2. En déduire que $\overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} -x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x-1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

3. Montrer que les droites (BN) et (CM) sont perpendiculaires si et seulement si $-x^2 + x - 1 = 0$.

4. En déduire les solutions au problème posé.