Définition et Propriété. Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur. On note $\overrightarrow{u}^2 = \overrightarrow{u}.\overrightarrow{u} = \|\overrightarrow{u}\|^2$.

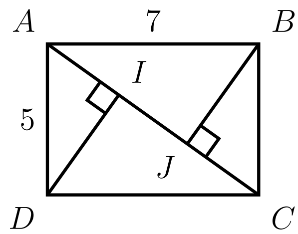
Propriété (Règles de calcul)**.** Soient $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ trois vecteurs, et k un réel. Alors :

(i) Le produit scalaire est commutatif : $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}.\overrightarrow{u}$
(ii) Le produit scalaire est distributif sur l'addition : $\overrightarrow{u}.(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) = \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}.\overrightarrow{w} = (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}).\overrightarrow{u}$.
(iii) $(k\overrightarrow{u}).\overrightarrow{v} = k(\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}) = \overrightarrow{u}.(k\overrightarrow{v})$.
(iv) $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2 = \overrightarrow{u}^2 + 2\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}^2$
(v) $(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})^2 = \overrightarrow{u}^2 - 2\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}^2$
(vi) $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}) = \overrightarrow{u}^2 - \overrightarrow{v}^2$

Exemple 1. Démontrer le théorème de Pythagore

Exemple 2 (Calcul de longueur)**.**

On considère le rectangle $ABCD$ suivant. L'objet de l'exercice est de déterminer la longueur IJ.



0. Il est possible de résoudre ce problème *sans* produit scalaire, uniquement avec les connaissances de seconde (voire de collège). Comment faire ?
1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}$.
2. (a) Décomposer le vecteur $\overrightarrow{DB}$ avec la relation de Chasles : $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{\quad} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{\quad}$.
   (b) En utilisant cette décomposition, exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}$ en fonction des longueurs IJ et AC.
3. En déduire la longueur IJ.