Définition. Étant donnés deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, on appelle *produit scalaire* de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ le nombre réel : $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u}\|^2 - \|\overrightarrow{v}\|^2\right)$

Propriété (Autres expressions)**.** Étant donnés deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, on a :

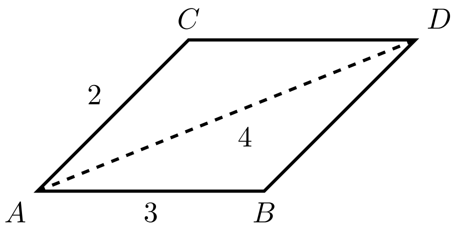
- $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} =$, où $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont les coordonnées de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ dans un repère orthonormé ;
- si $\overrightarrow{u} \neq 0$, $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} =$, où $\overrightarrow{w}$ est le projeté orthogonal de $\overrightarrow{v}$ sur la droite de direction $\overrightarrow{u}$.
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont non nuls : $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} =$

Propriété (Expressions avec des points)**.** Soient trois points A, B, C, distincts deux à deux. Alors :

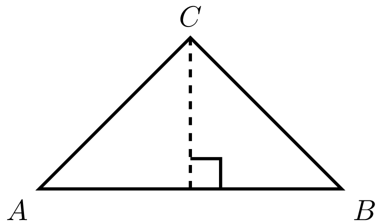
- $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} =$
- $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} =$, où H est le projeté orthogonal de C sur (AB).

Exemple 1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ dans chacun des cas suivants.

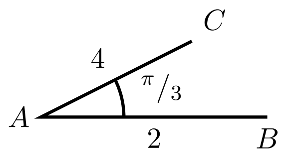
1. $ABCD$ est un parallélogramme.



2. Le triangle ABC est isocèle en C, et $AB = 5$.



3.



4. On définit les points suivants dans un repère orthonormé : $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$.

Exemple 2. On considère le parallélogramme $ABCD$ de côtés $AD = 5$ et $AB = 9$, et de diagonale $AC = 12$. On note α la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$. Calculer la valeur exacte de α, et une valeur approchée arrondie au dixième de degrés près.