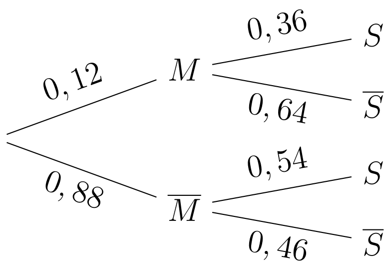
Exercice 1. *Au cours de l'hiver, on observe dans une population, 12 % de personnes malades.*

- *Parmi les personnes malades, 36 % d'entre elles pratiquent une activité sportive régulièrement.*
- *Parmi les personnes non malades, 54 % d'entre elles pratiquent une activité sportive régulièrement.*

Une personne est choisie au hasard dans la population. On note M l'évènement « la personne est malade » et S l'évènement « la personne a une activité sportive régulière ».

Dans cet exercice, les résultats approchés seront donnés à 10^{-4} près.

1. *Décrire par une phrase la probabilité $P_M\left(\overline{S}\right)$, et donner sa probabilité.*
   $P_M\left(\overline{S}\right)$ est la probabilité que la personne prise au hasard ne soit pas sportive sachant qu'elle est tombée malade. D'après l'énoncé : $P_M\left(\overline{S}\right) = 0,36$.
2. *Recopier et compléter l'arbre pondéré.* On utilise les données de l'énoncé, et le fait que la somme des probabilités issues d'un nœud est égale à 1 (par exemple : $1 - 0,36 = 0,64$).



3. (a) Quelle est la probabilité que la personne soit malade et qu'elle pratique une activité sportive régulièrement ?
   $P(M \cap S) = P(M) \times P_M(S) = 0,12 \times 0,36 = 0,0432.$
   (b) *Montrer que la probabilité que la personne pratique une activité sportive régulièrement est égale à 0,518 4.*

$$\begin{aligned} P(S) &= P\left(M \cap S\right) + P\left(\overline{M} \cap S\right) \\ &= 0,0432 + 0,88 \times 0,54 \\ &= 0,5184 \end{aligned}$$

4. *La personne choisie n'a pas d'activité sportive régulière. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit malade ?*
   On cherche la probabilité $P_{\overline{S}}(M)$.

$$P_{\overline{S}}(M) = \frac{P\left(\overline{S} \cap M\right)}{P(\overline{S})}$$

   Or $P\left(\overline{S} \cap M\right) = 0,12 \times 0,64 = 0,0768$ et $P(\overline{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0,5184 = 0,4816$. Donc :

$$P_{\overline{S}}(M) = \frac{0,0768}{0,4816} \approx 0,1595$$

5. *Un journaliste annonce qu'une pratique régulière d'une activité sportive diminue par deux le risque de tomber malade. Que peut-on conclure sur la pertinence de cette annonce ? Justifier.*
   Les deux probabilités mentionnées dans la question sont

$$P_S(M) = \frac{P(S \cap M)}{S} = \frac{0,0432}{0,5184} \approx 0,0833$$

   et

$$P_{\overline{S}}(M) = 0,1595.$$

   Donc $\frac{P_{\overline{S}}(M)}{P_S(M)} \approx \frac{0,1595}{0,0833} \approx 2$, donc le journaliste a raison.