

## 0 Rappels

### Définition et Propriété.

- Une fonction  $f$  est dite *paire* si pour tout  $x$  de son ensemble de définition,  $f(-x) = f(x)$ . Sa courbe représentative d'une fonction *paire* est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- Une fonction  $f$  est dite *impaire* si pour tout  $x$  de son ensemble de définition,  $f(-x) = -f(x)$ . Sa courbe représentative d'une fonction *impaire* est symétrique par rapport à l'origine.

**Exemple 1.** Montrer que la fonction carré  $f : x \mapsto x^2$  est paire, mais pas impaire.

**Exercice** (Défi — Optionnel).

1. Déterminer une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  qui soit à la fois paire et impaire.
2. Montrer que cette fonction est l'unique fonction à la fois paire et impaire.

## 1 Définitions et Propriétés

### Définition.

- La fonction *sinus* est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , qui à tout nombre  $x$  associe \_\_\_\_\_.
- La fonction *cosinus* est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , qui à tout nombre  $x$  associe \_\_\_\_\_.

### Propriété.

- La fonction *sinus* est impaire, mais pas paire.
- La fonction *cosinus* est paire, mais pas impaire.

**Propriété.** Les fonctions *sinus* et *cosinus* sont \_\_\_\_\_ de période \_\_\_\_\_, c'est-à-dire que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x \text{ et } \sin(x + 2\pi) = \sin x$$

**Propriété.** Les fonctions sinus et cosinus sont aussi périodique de périodes :

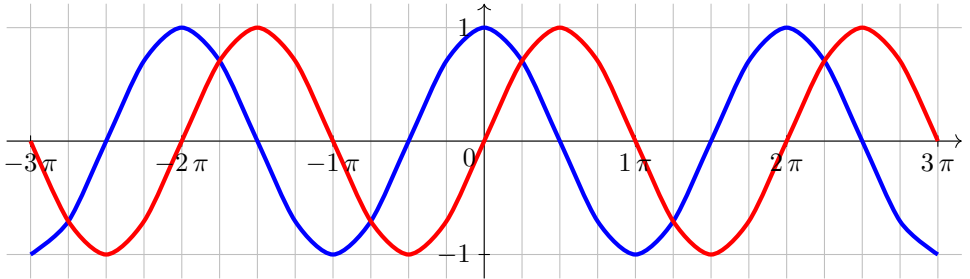
.

**Exemple 2.** Rappeler la valeur (connue par cœur), ou déterminer :

1.  $\cos \frac{\pi}{4} =$   $\cos -\frac{\pi}{4} =$   $\cos \frac{17\pi}{4} =$
2.  $\sin \frac{2\pi}{3} =$   $\sin -\frac{2\pi}{3} =$   $\sin \frac{8\pi}{3} =$

## 2 Représentation graphique

**Définition.** Les courbes des fonctions sinus et cosinus sont des \_\_\_\_\_.



### Propriété.

- La courbe de la fonction sinus est \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ (car la fonction est impaire).
- La courbe de la fonction cosinus est \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ (car la fonction est paire).
- Les courbes des fonctions sinus et cosinus sont invariantes par translation de vecteur \_\_\_\_\_ (car les fonctions sont périodiques de période  $2\pi$ ). Elles sont aussi invariantes par translation de vecteurs : .....

## 3 Signe et variations

**Propriété.** Sur l'intervalle  $[-\pi; \pi]$ , on a :

### Exemple 3.

1. Dresser le tableau de signes et de variations de la fonction sinus sur  $[0; 2\pi]$ .
2. Dresser le tableau de signes et de variations de la fonction cosinus sur  $[4\pi; 8\pi]$ .