

# Chapitre 4

## Trigonométrie

### 1 Radians

**Définition 1.** La mesure en *radian* d'un angle de sommet  $O$ , est la longueur de l'arc de cercle de centre  $O$  et de rayon 1, intercepté par cet angle.

**Propriété 2** (Conversion des degrés en radian).

- Les mesures en degré et radian sont proportionnelles ;
- $360^\circ = 2\pi$ .

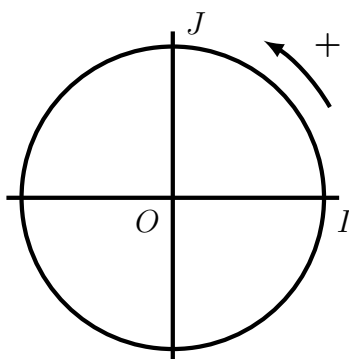
**Définition 3.** Dans le plan orienté, la mesure d'un angle orienté est positive si l'angle est dans le sens direct (ou positif, ou trigonométrique), et négative si elle est dans le sens indirect (ou négatif).

**Définition 4.** Étant donnés trois points  $A, B, C$ , on désigne par  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  l'angle orienté formé par les deux demi-droites  $[AB)$  et  $[AC)$ .

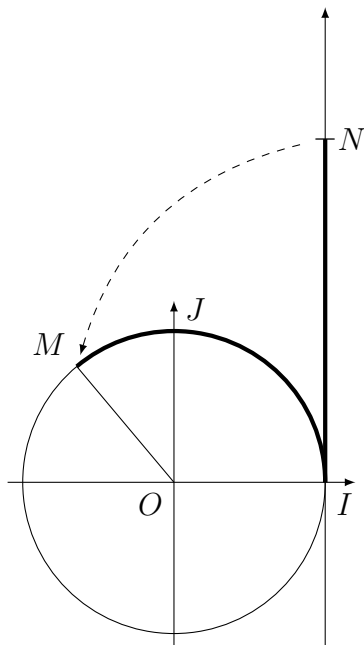
**Propriété 5.** Étant donné un angle orienté de mesure  $\alpha$ , les mesures  $\alpha + 2k\pi$ , pour  $k \in \mathbb{Z}$ , sont aussi des mesures de cet angle.

### 2 Cercle trigonométrique

**Définition 6.** On appelle *cercle trigonométrique* le cercle de centre  $O$ , de rayon 1, orienté dans le sens direct.

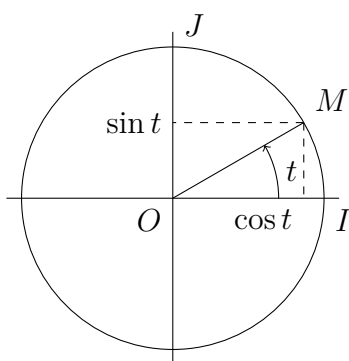


**Propriété 7.** On considère le cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$ , et la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $x = 1$ . En « enroulant » cette droite autour du cercle  $\mathcal{C}$ , on obtient une correspondance entre un point  $N$  de la droite et un unique point  $M$  du cercle.



### 3 Sinus et cosinus

**Définition 8.** Soit  $M$  un point du cercle trigonométrique, la mesure de l'angle  $(\vec{OI}; \vec{OM})$  étant noté  $t$ . On appelle *cosinus* et *sinus* de cet angle  $t$  les coordonnées de ce point.



**Propriété 9.** Soit  $t$  un réel.

- (i)  $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$
- (ii)  $-1 \leq \sin t \leq 1$  et  $-1 \leq \cos t \leq 1$

*Démonstration.* (i) Théorème de Pythagore dans le cercle trigonométrique.

(ii) Admise. □

**Propriété 10** (Triangle rectangle). Dans un triangle rectangle, on a :  $\sin(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$  ;  $\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$  ;  $\tan(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ .

**Propriété 11** (Valeurs remarquables).

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

*Démonstration.* Voir les exercices page 192 du manuel. □