Chapitre 3

Équations et Inéquations du second degré

Définition 1. Un *trinôme du second degré* est une fonction f de la forme $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des réels, et $a \neq 0$.

1 Racines

Définition 2. On appelle *racines* d'un trinôme $ax^2 + bx + c$ les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Définition 3. Étant donné un trinôme $ax^2 + bx + c$, on appelle *discriminant* de ce trinôme le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Propriété 4. Soit un trinôme $ax^2 + bx + c$, et $\Delta = b^2 - 4ac$ son discriminant. Trois cas seulement sont possibles :

— si $\Delta > 0$, le trinôme a deux racines $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$;

— si $\Delta = 0$, le trinôme a une unique racine (dite *racine double*) $x_1 = \frac{-b}{2a}$;

— si $\Delta < 0$, le trinôme n'a pas de racines.

Propriété 5 (De la forme canonique à la forme factorisée)**.** Un trinôme ax^2+bx+c peut être mis sous la forme :

- $a(x - x_1)(x - x_2)$ si $\Delta > 0$, et alors $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$;
- $a(x - x_1)^2$ si $\Delta = 0$, et alors $x_1 = \frac{-b}{2a}$;
- ne peut pas être factorisé si $\Delta < 0$.

2 Signe

Propriété 6. Soit un trinôme $ax^2 + bx + c$, et Δ son discriminant.

— si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieure des racines, et du signe de $-a$ à l'intérieur ;

— si $\Delta = 0$, le trinôme est du signe de a, strictement sauf en l'unique racine où il est nul ;

— si $\Delta < 0$, le trinôme est du signe de a, strictement.

3 Bilan et Interprétation géométrique

TODO : Fiche de synthèse