# Chapitre 3

# Équations et Inéquations du second degré

**Définition 1.** Un *trinôme du second degré* est une fonction $f$ de la forme $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$, où $a$, $b$ et $c$ sont des réels, et $a \neq 0$.

## 1 Racines

**Définition 2.** On appelle *racines* d'un trinôme $ax^2 + bx + c$ les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

**Définition 3.** Étant donné un trinôme $ax^2 + bx + c$, on appelle *discriminant* de ce trinôme le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

**Propriété 4.** Soit un trinôme $ax^2 + bx + c$, et $\Delta = b^2 - 4ac$ son discriminant. Trois cas seulement sont possibles :

— si $\Delta > 0$, le trinôme a deux racines $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ;

— si $\Delta = 0$, le trinôme a une unique racine (dite *racine double*) $x_1 = \frac{-b}{2a}$ ;

— si $\Delta < 0$, le trinôme n'a pas de racines.

**Propriété 5** (De la forme canonique à la forme factorisée)**.** Un trinôme $ax^2+bx+c$ peut être mis sous la forme :

- $a(x - x_1)(x - x_2)$ si $\Delta > 0$, et alors $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ;
- $a(x - x_1)^2$ si $\Delta = 0$, et alors $x_1 = \frac{-b}{2a}$ ;
- ne peut pas être factorisé si $\Delta < 0$.

## 2 Signe

**Propriété 6.** Soit un trinôme $ax^2 + bx + c$, et $\Delta$ son discriminant.

- si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de $a$ à l'extérieure des racines, et du signe de $-a$ à l'intérieur ;
- si $\Delta = 0$, le trinôme est du signe de $a$, strictement sauf en l'unique racine où il est nul ;
- si $\Delta < 0$, le trinôme est du signe de $a$, strictement.

## 3 Bilan et Interprétation géométrique

TODO : Fiche de synthèse