

Exercice 1. *Pour chacune des suites suivantes, conjecturer si elle est arithmétique ou non.*

(a) $1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+1} 4$

La suite est arithmétique de raison 1.

(b) $3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+6} 12 \xrightarrow{+12} 24 \xrightarrow{+24} 48$

La suite n'est pas arithmétique, car on n'ajoute pas toujours la même valeur pour passer au terme suivant.

(c) $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+3} 12 \xrightarrow{+2} 14 \xrightarrow{+2} 16$

La suite n'est pas arithmétique, car on n'ajoute pas toujours la même valeur pour passer au terme suivant (parfois +2, parfois +3).

(d) $8 \xrightarrow{-3} 5 \xrightarrow{-3} 2 \xrightarrow{-3} -1 \xrightarrow{-2} -3 \xrightarrow{-3} -6$

La suite n'est pas arithmétique, pour la même raison.

Exercice 2. *Donner les cinq premiers termes des suites suivantes.*

1. t , de premier terme $t_1 = 5$, et telle que chaque terme est le triple du précédent.

Le premier terme est $t_1 = 5$, et on multiplie par trois pour obtenir le terme suivant. Donc les cinq premiers termes sont :

$$t_1 = 5$$

$$t_2 = 5 \times 3 = 15$$

$$t_3 = 15 \times 3 = 45$$

$$t_4 = 45 \times 3 = 135$$

$$t_5 = 135 \times 3 = 405$$

2. u , arithmétique de premier terme $u_2 = 7$ et de raison -2 .

Par définition d'une suite arithmétique, on ajoute la raison (soit -2) pour passer au terme suivant. Donc les cinq premiers termes sont :

$$u_2 = 7$$

$$u_3 = 7 - 2 = 5$$

$$u_4 = 5 - 2 = 3$$

$$u_5 = 3 - 2 = 1$$

$$u_6 = 1 - 2 = -1$$

3. v , définie sur \mathbb{N} par $v_n = 4n - 5$.

Comme pour calculer des images d'une fonction, on remplace n par le rang demandé dans l'expression de w .

$$v_0 = 4 \times 0 - 5 = -5$$

$$v_1 = 4 \times 1 - 5 = -1$$

$$v_2 = 4 \times 2 - 5 = 3$$

$$v_3 = 4 \times 3 - 5 = 7$$

$$v_4 = 4 \times 4 - 5 = 11$$

4. w , définie par

$$\begin{cases} w_0 & = 9 \\ w_{n+1} & = 2w_n - 8 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Le premier terme est $w_0 = 9$, et on applique la formule donnée à la valeur précédente trouvée :

$$w_0 = 9$$

$$w_1 = 2w_0 - 8 = 2 \times 9 - 8 = 10$$

$$w_2 = 2w_1 - 8 = 2 \times 10 - 8 = 12$$

$$w_3 = 2w_2 - 8 = 2 \times 12 - 8 = 16$$

$$w_4 = 2w_3 - 8 = 2 \times 16 - 8 = 24$$

Exercice 3. On considère la suite u , arithmétique, de premier terme u_0 inconnu, de raison 4, et telle que $u_2 = -3$.

1. (a) Quelles sont les variations de la suite ?

Puisque la suite est arithmétique de raison 4 positive, alors elle est strictement croissante.

- (b) Quelle est la particularité de sa représentation graphique ?

Puisque la suite est arithmétique, les points représentant la suite sont alignés.

2. Calculer :

- (a) u_3, u_4, u_0 :

— Puisque $u_2 = -3$ et que la raison est 4, alors $u_3 = -3 + 4 = 1$ et $u_4 = u_3 + 4 = 1 + 4 = 5$.

— Puisque l'on ajoute la raison pour passer au terme suivant, on soustrait la raison pour revenir au terme précédent. Donc : $u_1 = u_2 - 4 = -3 - 4 = -7$ et $u_0 = u_1 - 4 = -7 - 4 = -11$.

(b) u_{10} :

Appliquons la formule $u_n = u_0 + nr$ (où r est la raison) :

$$u_{10} = u_0 + 10 \times 4 = -11 + 40 = 29$$

(c) u_{100} :

Appliquons la formule $u_n = u_0 + nr$ (où r est la raison) :

$$u_{100} = u_0 + 100 \times 4 = -11 + 400 = 389$$

3. (a) *Déterminer un nombre n tel que $u_n = 269$.*

On utilise la même formule $u_n = u_0 + nr$:

$$u_n = 269$$

$$u_0 + nr = 269$$

$$-11 + n \times 4 = 269$$

$$n \times 4 = 280$$

$$n = 280 \div 4$$

$$n = 70$$

Donc $n_{70} = 269$.

(b) *Déterminer le plus petit nombre n tel que $u_n > 200$.*

On utilise la même technique, cette fois avec une inéquation :

$$u_n > 200$$

$$u_0 + nr > 200$$

$$-11 + n \times 4 > 200$$

$$n \times 4 > 211$$

$$n > 211 \div 4$$

$$n > 52,75$$

Mais puisque n est un entier, le plus petit nombre tel que $n > 52,75$ est $n = 53$. Donc $\boxed{u_{53}}$ est le premier terme de la suite à dépasser 200.