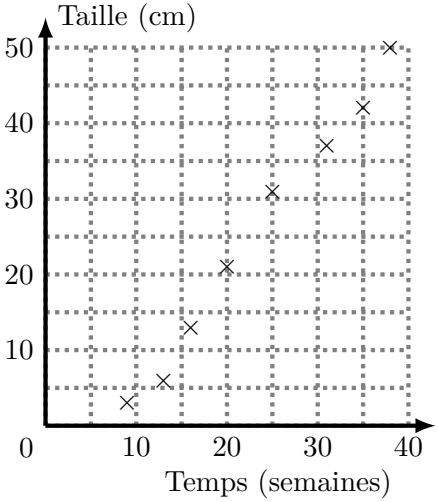
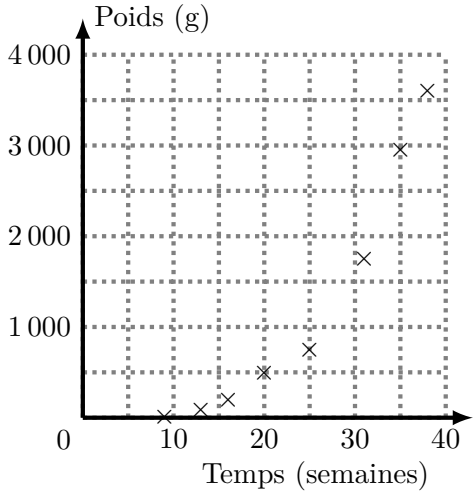
Exercice 1. *Sur le site web des Hôpitaux Universitaires de Genève* `https://www.hug.ch`*, on trouve une infographie*[1]*, présentant la taille et le poids du fœtus en fonction du nombre de semaines d'aménorrhée (date des dernières règles).*

Nombre de semaines	9	13	16	20	25	31	35	38
Taille (cm)	3	6	13	21	31	37	42	50
Poids (g)	9	90	200	500	750	1 750	2 950	3 600

1. *Représenter la taille et le poids du fœtus en fonction du temps sur les graphiques suivants.*





2. *La taille et le poids d'un fœtus en fonction du temps suivent-ils une croissance linéaire ? Justifiez en vous appuyant sur les graphiques.*
   Pour la taille, les deux réponses suivantes sont acceptables (à condition d'être correctement justifiées).
   (a) Les points ne sont pas alignés, donc la croissance n'est pas linéaire (c'est l'application *stricte* de la linéarité).
   (b) Les points sont à peu près alignés, donc la croissance est presque linéaire (puisque les données *réelles* ne sont jamais *parfaitement* linéaires, on s'autorise cette approximation).

[1] Calendrier de grossesse `https://www.hug.ch/sites/interhug/files/structures/obstétrique/documents/calendrier_grossesse_7.pdf`

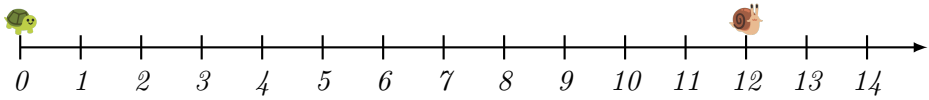
Puisque les points ne sont pas alignés, le poids ne suit pas une croissance linéaire.

Exercice 2 (D'après l'exercice 1 du sujet zéro numéro 3 de l'épreuve anticipée de mathématiques, 2025)**.** *Victor sort un plat du four. La température du plat est alors égale à 180 °C. Il place ce plat dans une pièce dont la température est égale à 25 °C. Le plat refroidit. Le plat ne pourra être servi que lorsque sa température sera devenue inférieure ou égale à 40 °C.*
On étudie le refroidissement du plat selon deux modèles mathématiques (le second modèle fera l'objet de la suite du chapitre, et n'est pas étudié ici).
On suppose que la baisse de la température du plat est proportionnelle à la durée du refroidissement, c'est-à-dire au nombre de minutes écoulées depuis la sortie du four. On constate que 3 minutes après la sortie du four, la température du plat est égale à 105 °C.

1. *De combien de degrés le plat a-t-il baissé en 3 minutes ? En 1 minute ?*
   Le plat est passé de 180 °C à 105 °C en 3 minutes, soit une baisse de $180 - 105 = 75$ °C. Puisque la baisse de température est proportionnelle au temps, en une minute, la baisse est trois fois plus petite qu'en trois minutes, soit $75 \div 3 = 25$ °C.
2. *Vérifier que la température du plat, 5 minutes après la sortie du four, est égale à 55 °C.*
   Puisque la température basse d'un degré par minute, alors cinq minutes après la sortie du four, la température aura baissé de $25 \times 5 = 125$ °C. La température du plat sera donc de $180 - 125 = 55$ °C.
3. *Selon ce modèle, quelle serait la température du plat, 8 minutes après la sortie du four ? Ce premier modèle semble-t-il pertinent ?*
   Selon ce modèle, en huit minutes, la température aura baissé de $8 \times 25 = 200$ °C, donc la nouvelle température sera $180 - 200 = -20$ °C.
   C'est impossible, car le plat sera alors congelé, dans une pièce à 25 °C : ce modèle n'est pas pertinent.

Exercice 3 (D'après l'exercice 3 du sujet zéro numéro 1 de l'épreuve anticipée de mathématiques, 2025)**.** *Sur un axe gradué en mètres, on organise une course entre une tortue et un escargot.*
La tortue part du point d'abscisse $x = 0$. Elle se déplace vers la droite à une vitesse de 2 mètres par minute.
L'escargot part du point d'abscisse $x = 12$. Il se déplace vers la droite à une vitesse de 50 centimètres par minute.
Les deux concurrents partent en même temps.

À quel endroit la tortue rattrapera-t-elle l'escargot ?
(Toute trace de recherche, même infructueuse, sera prise en compte).



Méthode 1. Avec des calculs
Appelons T la fonction qui donne la position de la tortue en fonction du temps t (exprimé en minutes). La tortue se déplace à vitesse constante, donc l'évolution est linéaire, et T est une fonction affine, de coefficient dircteur 2 (car la vitesse est $2\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$) et d'ordonnée à l'origine 0 (car la position initiale est 0).

$$T(t) = 2t + 0$$

De même, appelons E la fonction qui donne la position de l'escargot en fonction du temps t (exprimé en minutes). Il se déplace à vitesse constante, donc l'évolution est linéaire, et E est une fonction affine, de coefficient dircteur $0,5$ (car la vitesse est $50\,\frac{\text{cm}}{\text{min}}$, soit $0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$) et d'ordonnée à l'origine 12 (car la position initiale est 12).

$$E(t) = 0,5t + 12$$

La tortue rattrapera l'escargot lorsqu'on aura $T(t) = E(t)$:

$$\begin{aligned} T(t) &= E(t) \\ 2t &= 0,5t + 12 \\ 1,5t &= 12 \\ t &= 12 \div 1,5 \\ t &= 8 \end{aligned}$$

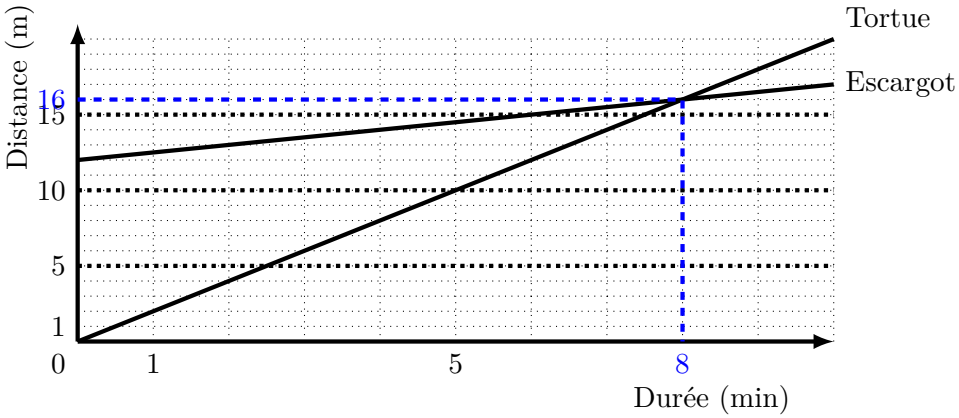
Donc la tortue rattrapera l'escargot après 8 minutes de course, à la position $T(8) = 2 \times 8 = 16\,\text{m}$.

Méthode 2. Avec un tableau de valeurs Calculons la position de la tortue et de l'escargot à différents moments.

Temps (min)	0	2	4	6	8
Tortue (m)	0	4	8	12	16
Escargot (m)	12	13	14	15	16

Donc la tortue rattrapera l'escargot au bout de 16 m.

Méthode 3. Avec un graphique Représentons la position des deux animux en fonction du temps.



On lit sur le graphique que les deux animaux se rencontrent au bout de 8 minutes, à 16 m. Vérifions cela par le calcul :

Tortue : Après 8 minutes à une vitesse de deux mètres par minutes, elle aura parcouru $2 \times 8 = 16$ m.

Escargot : Après 8 minutes à une vitesse de cinquante centimètres par minutes, elle aura parcouru $0,5 \times 8 = 4$ m. Étant parti d'une position initiale à 12 mètres, il arrivera donc à $12 + 4 = 16$ m.

Notre lecture graphique est donc correcte.

Exercice 4. *On compare les prix proposées par deux compagnies de taxi.*

1. *La première compagnie, A, pratique un prix fixe de cinq euros, auquel on ajoute cinquante centimes par kilomètre parcouru. On admet que le prix, pour une distance parcourue x, est donné par la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = 0,5x + 5$$

   (a) *Quel est le prix d'une course de 2 km ? de 42 km ?*

      i. Course de 2 km : $f(2) = 0,5 \times 2 + 5 = 6$ €.

      ii. Course de 42 km : $f(42) = 0,5 \times 2 + 45 = 26$ €.

(b) *Quelle est la nature de la fonction f ?*
La fonction f est une fonction affine, de coefficient directeur $0,5$, et d'ordonnée à l'origine 5.

(c) *Quelle sont les variations de la fonction f ? Comment aurait-on pu le prédire grâce au contexte de l'exercice ?*
C'est une fonction affine de coefficient directeur positif : elle est croissante.
C'est normal, puisque cette fonction représente le prix d'une course en fonction de la distance : plus la distance est grande, plus le prix est élevé.

(d) *Max n'a que 13 € sur lui. Quelle est la distance maximale qu'il peut parcourir avec cette compagnie de taxi ?*
Résolvons l'inéquation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &\leqslant 13 \\ 0,5x + 5 &\leqslant 13 \\ 0,5x &\leqslant 8 \\ x &\leqslant \frac{8}{0,5} \\ x &\leqslant 16 \end{aligned}$$

Donc la distance maximale que Max peut parcourir est 16 km.

2. *On sait que la seconde compagnie, B, pratique un prix de 8 € pour une course de 10 km, et de 16 € pour une course de 20 km. On admet que la fonction g, qui représente le prix à payer pour une distance de x kilomètres, est une fonction affine.*

(a) *Calculer le coefficient directeur de la fonction g.*
Les données de l'énoncé peuvent être réécrites comme $g(10) = 8$ et $g(20) = 16$. Donc le coefficient directeur est :

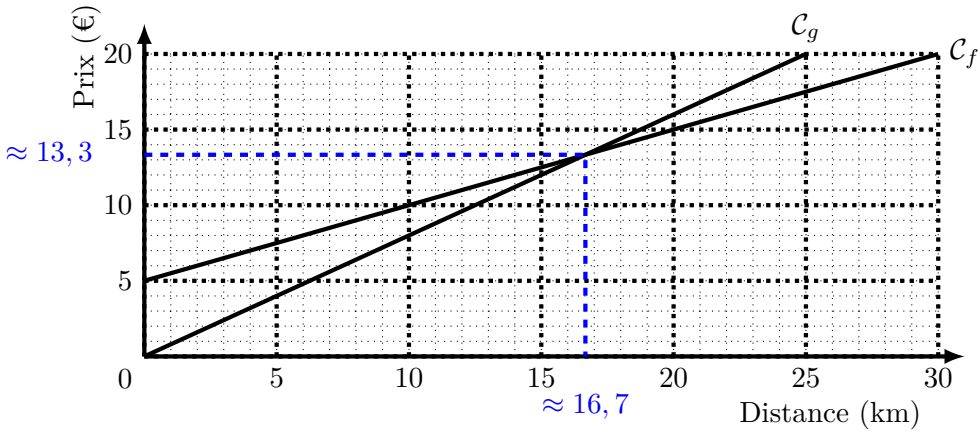
$$\frac{g(20) - g(10)}{20 - 10} = \frac{16 - 8}{10} = \frac{8}{10} = 0,8$$

(b) *Montrer que l'ordonnée à l'origine de la fonction g est 0.*
La fonction g est affine, de coefficient directeur $0,8$, donc son expression est $g(x) = 0,8x + b$ (où b est l'ordonnée à l'origine, à déterminer).
Or on sait que $g(10) = 8$, donc :

$$\begin{aligned} g(10) &= 8 \\ 0,8 \times 10 + b &= 8 \\ 8 + b &= 8 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

Donc l'ordonnée à l'origine de g est 0, et l'expression de g est : $g(x) = 0,8x$.

3. (a) *Tracer sur le graphique suivant les deux courbes de f et g (en justifiant par le calcul, ou en laissant apparents les traits de construction).*



On observe que la compagnie B est moins chère pour des petites distances.

(b) *Avec la précision permise par le graphique, donner la distance à partir de laquelle la compagnie A est moins chère ?*

(c) *Répondre à la même question par le calcul, en arrondissant si nécessaire au dixième de kilomètre près.*

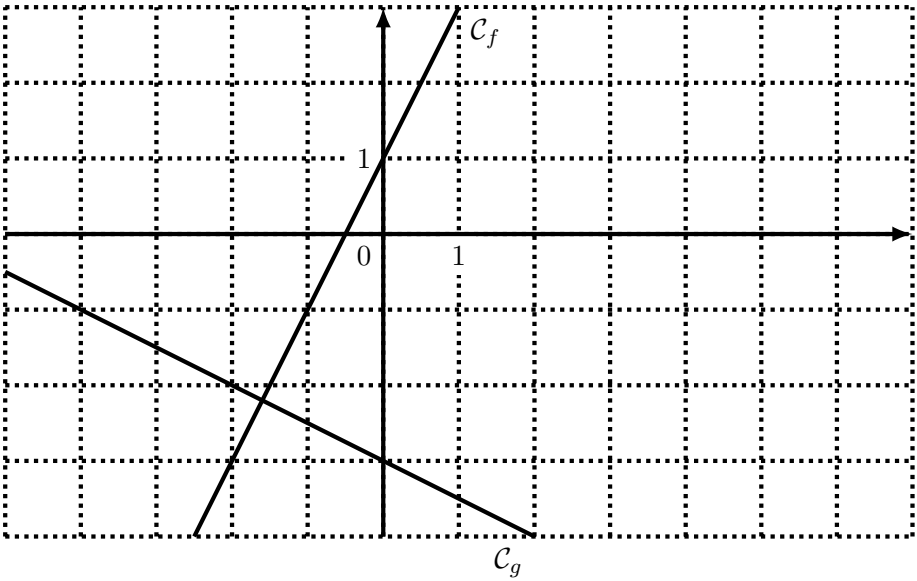
On cherche à résoudre $f(x) \geqslant g(x)$:

$$\begin{aligned} f(x) &\geqslant g(x) \\ 0,5x + 5 &\geqslant 0,8x \\ 0,5x - 0,8x + 5 &\geqslant 0 \\ -0,3x + 5 &\geqslant 0 \\ -0,3x &\geqslant -5 \\ x &\leqslant \frac{-5}{-0,3} \\ x &\leqslant \frac{5}{0,3} \end{aligned}$$

Or $\frac{5}{0,3} \approx 16,7$, donc la compagnie de taxi A est moins chère que la B à partir d'environ 16,7 km.

Exercice 5 (Automatismes)**.**

1. *Dans un repère orthonormé, tracer la courbe des fonctions définies par :* $f(x) = 2x + 1$ *et* $g(x) = -0,5x - 3$.

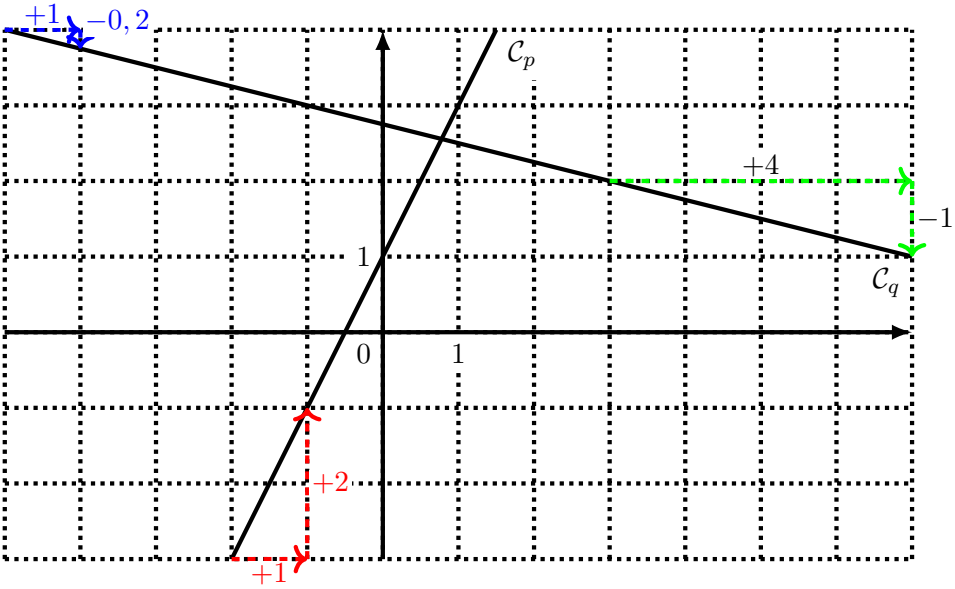


2. *On considère la fonction h, affine, telle que* $h(3) = 8$ *et* $h(-1) = 7$. *Quel est le coefficient directeur de h ? Donner la réponse sous la forme d'un nombre décimal.*

Le coefficient directeur de h est : $\dfrac{h(-1)-h(3)}{-1-3} = \dfrac{7-8}{-4} = \dfrac{-1}{-4} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.

3. *Avec la précision permise par le graphique, donner l'expression des fonctions p et q suivantes.*

Fonction p : La courbe coupe l'axe des ordonnées en $y = 1$, donc son ordonnée à l'origine est 1. Son coefficient directeur est 2 (voir le graphique). Donc : $p(x) = 2x + 1$.

Fonction q, valeurs approchées : La courbe coupe l'axe des ordonnées en $y = 2,7$ environ, donc son ordonnée à l'origine est $2,7$. Son coefficient directeur est environ $-0,2$ (voir le graphique, en bleu). Donc : $p(x) = -0,2x + 2,7$.

Fonction q, valeurs exactes : Lorsqu'on se déplace horizontalement de 4 unités, on descend verticalement d'une unité (voir le graphique, en vert), donc le coefficient directeur est $\frac{-1}{4} = -0,25$.
L'expression de q est donc $q(x) = -0,25x+b$, où b est l'ordonnée à l'origine, à déterminer. On remarque que la droite passe par le point de coordonnées $(3,2)$, donc $q(3) = 2$ et $-0,25 \times 3 + b = 2$. Résoudre cette équation nous donne $b = 2,75$, donc l'expression de q est $q(x) = -0,25x + 2,75$.