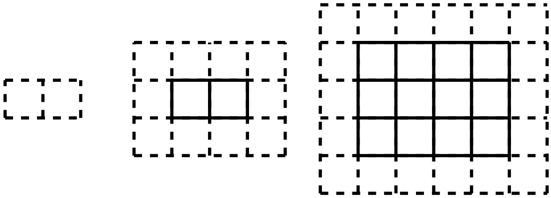
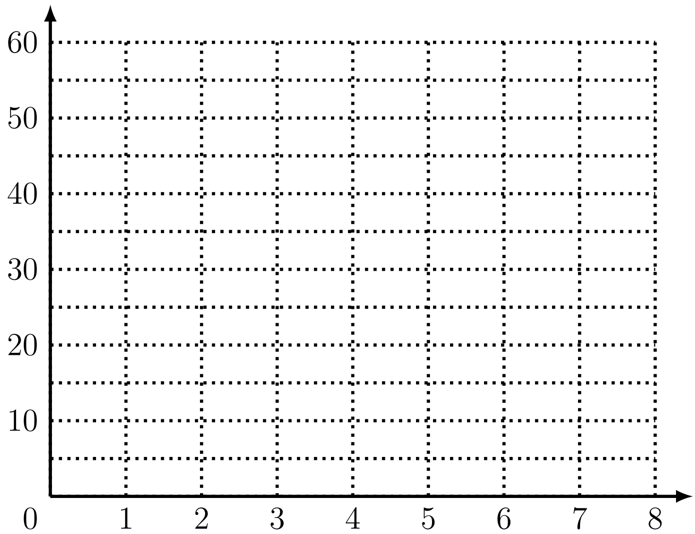
Activité. On définit la suite u à l'aide des schémas suivants.



$u(1) = 2$ $u(2) = 10$ $u(3) = 18$

1. Compléter :
   (a) $u(4) = \dots$; $u(5) = \dots$; $u(13) = \dots$.
   (b) $u(\dots) = 98$.
   (c) $u(0) = \dots$; $u(-2) = \dots$; $u(4,5) = \dots$.
2. On affirme que $u(26) = 202$. Compléter :
   $u(27) = \dots$; $u(25) = \dots$; $u(126) = \dots$.
3. Pour une certaine valeur de n inconnue, on a : $u(n) = 530$. Compléter :
   $u(n+1) = \dots$; $u(n) + 1 = \dots$;
   $u(n-1) = \dots$; $u(n+2) = \dots$.
4. (a) Sur le graphique suivant, placer les points correspondant à $u(1)$, $u(2)$ jusqu'à $u(5)$.



   (b) Compléter par lecture graphique :
   $u(6) = \dots$; $u(7) = \dots$; $u(8) = \dots$.

1 Suites numériques

Définition. On apelle ________________ une suite finie ou infinie de nombres, appelés ____________________. Cette suite est habituellement notée u, v ou w. Le premier terme est le plus souvent u_0 ou u_1, et pour un nombre entier n, u_n est ____________________.
u_{n+1} est le terme qui suit u_n, et u_{n-1} est le terme qui précède u_n.

Exemple 1.

1. On considère u la suite de premier terme $u_0 = 8$, et dont chaque terme (sauf le premier) est égal à la moitié du précédent.
   (a) Calculer u_3. (b) Calculer le 5$^{\text{e}}$ terme. (c) Calculer le terme de rang 2.
2. On considère v la suite définie pour tout nombre entier $n \geqslant 1$ par $v_n = 2n^2 - 3$.
   (a) Calculer v_3. (b) Calculer le 4$^{\text{e}}$ terme. (c) Calculer le terme de rang 2.
3. On considère w la suite définie par :

$$\begin{cases} w_0 = 5 \\ w_{n+1} = 2w_n - 4 \text{ pour tout } n \text{ entier positif.} \end{cases}$$

   (a) Calculer w_3. (b) Calculer le 4$^{\text{e}}$ terme. (c) Calculer le terme de rang 2.

Remarque. Le module *Suites* de la calculatrice permet de manipuler les suites.

Exemple 2. À la calculatrice, reprendre les suites u, v, w de l'exemple **??**, et calculer u_{100}, v_{100}, w_{100}.

Définition (Variations)**.** Une suite u est dite :

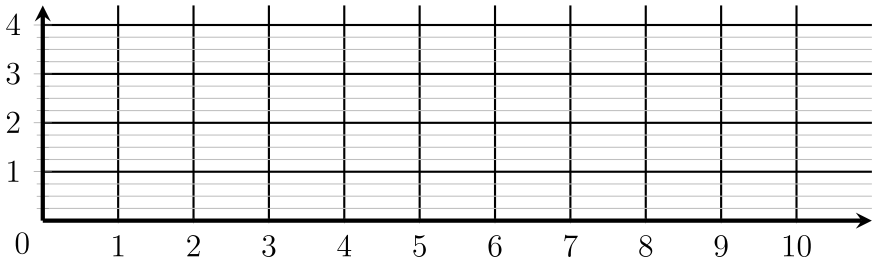
— ___________ si chaque terme est plus grand que le précédent : $u_{n+1} \geqslant u_n$;
— ___________ si chaque terme est égal aux précédent : $u_{n+1} = u_n$;
— ______________ si chaque terme est plus petit que le précédent : $u_{n+1} \leqslant u_n$;

Définition (Représentation graphique)**.** La représentation graphique d'une suite u est le nuage de points de coordonnées $(n; u_n)$.

Exemple 3. On définit la suite u sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 0,5 \\ u_{n+1} = 0,75u_n + 1 \text{ pour tout } n \text{ entier positif.} \end{cases}$$

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer les onze premiers termes de la suite (arrondir au dixième).
2. Tracer la suite sur le graphique ci-dessous.



Exemple 4. Par lecture graphique, conjecturer le sens de variation de la suite u de l'exemple **??**.

2 Suites arithmétiques

Activité. L'activité d'une entreprise étant florissante, en moyenne 7 nouveaux employés ont été embauchés chaque année. En 2021, elle comptait 38 employés, et on suppose que cette progression va se poursuivre dans les années à venir.
On appelle u_n le nombre d'employés l'année $2021 + n$.

1. Donner les cinq premiers termes de la suite.
2. Combien y aura-t-il d'employés en 2035 ?
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

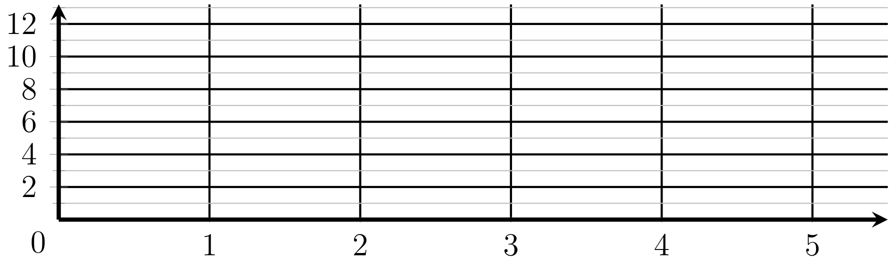
Une suite est arithmétique si on passe au terme suivant en ajoutant (ou soustrayant) toujours le même nombre.

Définition. Une suite u est dite ______________ s'il existe un réel r, appelé _______, tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on ait : _______________.
Habituellement, une suite arithmétique est définie par la donnée de ____ ____________________________.

Exemple 5.

1. Donner les cinq premiers termes de la suite arithmétique u de premier terme $u_0 = 13$ et de raison $-2{,}5$.
2. La suite v est arithmétique, et on sait que $v_3 = 1$ et $v_4 = 3$. Déterminer la raison, puis calculer v_5, v_8, et v_2..

Exemple 6. Représenter graphiquement (de couleur différente) les deux suites de l'exemple **??**. Que remarquez-vous ?



Propriété. Une suite est arithmétique si et seulement si les points de sa représentation graphique sont alignés.
On dit que les termes de la suite suivent un modèle de ____________________.

Exercice. Plan de travail n°1.

Propriété. La suite u est :

— ____________ si et seulement si sa raison est *positive* ;
— ______________ si et seulement si sa raison est *négative* ;
— ____________ si sa raison est *nulle.*

Exemple 7. Déterminer les variations des deux suites u et v de l'exemple **??**.

Propriété.

— Pour tout n et p de son domaine de définition, on a :

— En particulier, si u est définie sur $\mathbb{N}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

Exemple 8. On reprend les suites u et v de l'exemple **??**. Sans utiliser le module suite de la calculatrice :

1. déterminer u_{100} et v_{100} ;
2. déterminer le plus petit nombre n tel que $v_n \geqslant 1000$.