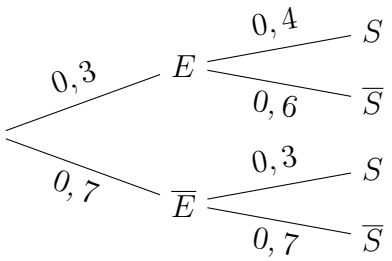
Exercice 1 (8 points). *Des statisticens ont réalisé un sondage, pour étudier le lien entre niveau d'étude des parents et des enfants.*
On prend une personne au hasard parmi la population étudié, et on note :

E **:** *la personne a un diplôme du supérieur (après le bac) ;*
S **:** *au moins un des parents de la personne a un diplôme du supérieur.*

On a pu construire l'arbre de probabilités suivant :



1. *Décrire par une phrase l'évènement $S \cap E$ et calculer sa probabilité.*
   $S \cap E$ est l'évènement « la personne a un diplôme du supérieur, de même qu'au moins un de ses parents ».

$$P(S \cap E) = P(E) \times P_E(S) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$$

2. *Montrer que $P(S) = 0,33$.*

$$\begin{aligned} P(S) &= P(E \cap S) + P\left(\overline{E} \cap S\right) \\ &= 0,12 + P\left(\overline{E}\right) \times P_{\overline{E}}(S) \\ &= 0,12 + 0,7 \times 0,3 \\ &= 0,12 + 0,21 \\ &= 0,33 \end{aligned}$$

3. *En déduire $P_S(E)$, puis interpréter le résultat.*

$$P_S(E) = \frac{P(S \cap E)}{P(S)} = \frac{0,12}{0,33} \approx 0,36$$

   Donc les personnes dont au moins un des parents a fait des études supérieures ont une probabilité $0,36$ de faire eux-même des études supérieures.
4. *On admet que $P_{\overline{S}}(E) \approx 0,27$. Les personnes dont au moins un des parents a un diplôme du supérieur ont-ils plus de chance d'être eux-même diplomés ?*
   Comparons $P_{\overline{S}}(E) \approx 0,27$ et $P_S(E) \approx 0,36$: la probabilité d'une personne de faire des études supérieures sachant qu'au moins un de ses parents a un diplôme du supérieur est $0,36$, contre seulement $0,27$ si aucun de ses parents a un diplôme du supérieur. Donc avoir au moins un parent avec un diplôme du supérieur augmente les chances de faire soi-même des études supérieures.

Exercice 2 (8 points). *Une entreprise de vaisselle a conçu un nouveau matériau pour renforcer la solidité de ses verres. Pour tester son nouveau produit, des ingénieurs laissent tomber de la même hauteur un grand nombre de verres, anciens et nouveaux, et observent si les verres se cassent ou non.*

	Le verre s'est cassé ?		
	Oui	*Non*	*Total*
Ancien matériau	20	x	200
Nouveau matériau	30	270	300
Total	50	450	500

On prend un verre au hasard parmi ceux étudiés, et on note :

— *M : le verre est fabriqué avec le nouveau matériau ;*
— *C : le verre s'est cassé.*

Les résultats des calculs seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.

1. *Indiquer ce que représente x et calculer sa valeur.*
   On a $20 + x = 200$, donc $x = 200 - 20 = 180$: il y a donc 180 verres fabriqués avec l'ancien matériau qui se sont cassés.
2. *Calculer la probabilité que le verre se soit cassé.*

$$P(C) = \frac{\text{Nombre de verres cassés}}{\text{Nombre total de verres}} = \frac{50}{500} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

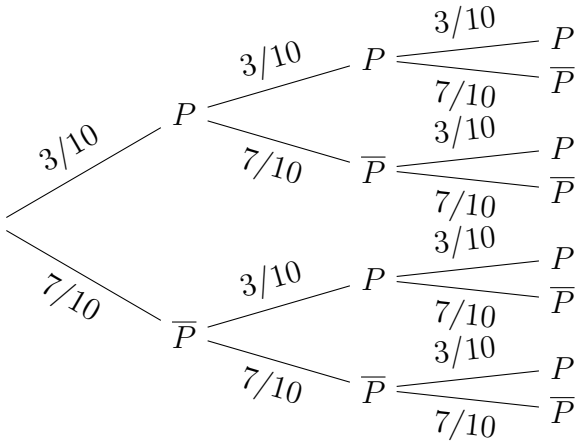
3. *Exprimer par une phrase, et calculer la probabilité $P_M(C)$.*
   $P_M(C)$ est la probabilité que le verre étudié se soit cassé sachant qu'il a été fait avec le nouveau matériau.

$$P_M(C) = \frac{\text{Card}\,(M \cap C)}{\text{Card}\,(M)} = \frac{30}{300} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

4. *Les évènements C et M sont-ils indépendants ? Le nouveau matériau est-il plus solide que l'ancien ?*
   D'après les questions précédentes, $P_M(C) = P(C)$. Donc les évènements sont indépendants, et le fait que le verre soit fabriqué avec le nouveau matériau est indépendant du fait qu'il se casse ou non : le nouveau matériau n'est pas plus solide que l'ancien.

Exercice 3 (4 points)**.** *Un enfant ne sait pas distinguer les oranges des pomelos. Quand son père lui demande de ramener une orange, il se trompe trois fois sur dix.*
Son père demande à l'enfant de lui ramener trois oranges, et on regarde, pour chaque fruit ramené, si l'enfant s'est trompé ou non.

1. *Représenter la situation par un arbre de probabilités.* On note P l'évènement « L'enfant a ramené un pomelos ».



2. *Quelle est la probabilité que l'enfant ait ramené trois pomelos ? On ne demande pas de simplifier le résultat obtenu.*
   Une seule branche correspond à l'évènement demandé. Donc :

$$P\,(\text{« L'enfant a ramené trois pomelos »}) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$$